

Introduction to Mathematical Economics

บทที่ 1

ทบทวน

1.1 เลขชี้กำลัง (Exponents)

• สมมติให้ n เป็นเลขจำนวนเต็มบวกใดๆ x^n หมายถึง x คูณด้วยตัวมันเอง n ครั้ง
 ในที่นี้เรียก x ว่าฐาน (base) เรียก n ว่าเลขชี้กำลัง (Exponents) อย่างไรก็ตาม
 $x^1 = x, x^0 = 1, 0^0$ ไม่สามารถหาค่าได้

• สมมติให้ a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ เราสามารถใช้กฎเลขชี้กำลัง (Rules of Exponents) ต่อไปนี้ในการคำนวณ

$$1. x^a(x^b) = x^{a+b}$$

$$2. \frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$$

$$3. (x^a)^b = x^{ab}$$

$$4. (xy)^a = x^a y^a$$

$$5. \left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$$

$$6. \frac{1}{x^a} = x^{-a}$$

$$7. \sqrt{x} = x^{1/2}$$

$$8. \sqrt[a]{x} = x^{1/a}$$

$$9. \sqrt[b]{x^a} = x^{\frac{a}{b}}$$

$$10. x^{-(a/b)} = \frac{1}{x^{a/b}}$$

Example1. $x^3/x^3 = x^{3-3} = x^0 = 1$

$$8^3/8^3 = 8^{3-3} = 8^0 = 1$$

Example2.

a. $x^2(x^3) = x^{2+3} = x^5 \neq x^6$ Rule 1

$$x^2(x^3) = (xx)(xxx)xxxxx = x^5$$

b. $\frac{x^6}{x^3} = x^{6-3} = x^3 \neq x^2$ Rule 2

c. $(x^4)^2 = x^8$ Rule 3

d. $(xy)^4 = x^4y^4$ Rule 4

e. $\left(\frac{x}{y}\right)^5 = \frac{x^5}{y^5}$ Rule 5

f. $\frac{x^3}{x^4} = x^{3-4} = x^{-1} = \frac{1}{x^1}$ Rule 2, 6

g. $\sqrt{x} = x^{1/2}$ Rule 7

h. $\sqrt[3]{x} = x^{1/3}$ Rule 8

i. $x^{\frac{3}{2}} = (x^{1/2})^3 = (x^3)^{1/2}$ Rule 9

j. $x^{-(2/3)} = \frac{1}{x^{2/3}} = \frac{1}{(x^{1/3})^2}$ Rule 10

1.2 พหุนาม (Polynomials)

จากสัญลักษณ์ $4x^3$ เรียก x ว่าตัวแปร (variable) , เรียก 4 ว่าสัมประสิทธิ์ (coefficient) ของ x โดยนิพจน์ (expression) ซึ่งประกอบด้วยจำนวนจริงหรือสัมประสิทธิ์คูณตัวแปร 1 ตัว(หรือมากกว่า) ยกกำลังเต็มบวก ในลักษณะเรียกว่า เอกนาม(monomials) และเมื่อบวกหรือลบเอกนามหลายๆเทอมเข้าด้วยกัน หรือออกจากกันแล้วเราจะได้ พหุนาม (polynomial)

Example 3.

- $4x^5 + 9x^5 = 13x^5$
- $12xy - 3xy = 9xy$
- $(7x^3 + 5x^2 - 8x) + (11x^3 - 9x^2 - 2x) = ?$

Example 4.

- $(5x^3)(15y^2) = 75x^3y^2$
- $(2x^3y^5)(4x^2y^3) = ?$
- $\frac{15x^4y^3z^2}{3x^4y^2z^1} = ?$

Example 5. จงทำให้เป็นผลสำเร็จ

- $(6x + 7y)(4x + 3y) = 24x^2 + 18xy + 28xy + 21y^2$
- $(2x + 3y)(3x + 2y + 2z) = ?$

1.3 สมการเส้นตรงและควอดราติก (Equations: Linear and Quadratic)

- รูปแบบสมการเชิงเส้น (ตัวแปรกำลังหนึ่ง)
- รูปแบบสมการควอดราติก (ตัวแปรกำลังสอง) ได้แก่ $ax^2 + bx + c = 0$
สูตรที่ใช้ในการแก้สมการได้แก่

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Example 6. ให้หาคำตอบของสมการต่อไปนี้

a. $\frac{x}{4} - 3 = \frac{x}{5} + 1$

b. $\frac{5}{x} + \frac{3}{x+4} = \frac{7}{x}$

Example 7. ให้หาคำตอบของสมการต่อไปนี้

a. $x^2 + 13x + 30 = 0$

b. $5x^2 - 55x + 140 = 0$

1.4 ฟังก์ชัน (Functions)

ฟังก์ชัน (Functions)¹ เป็นกฎ (f) ซึ่งกำหนดแต่ละค่าของตัวแปร (x) ซึ่งมีชื่อเรียกว่าข้อโต้แย้ง (argument) ของฟังก์ชันกับค่าใดๆเพียงค่าเดียวเท่านั้น $[f(x)]$ ซึ่ง $f(x)$ มีชื่อเรียกว่า ค่า (value) ของฟังก์ชัน

โดยฟังก์ชันสามารถเขียนในรูปของ $y = f(x)$ และอ่านว่า “y เป็นฟังก์ชันของ x “ โดยที่

- โดเมน (domain) ของฟังก์ชัน คือ เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ x
- ส่วน เรนจ์ (range) ของฟังก์ชันคือ เซตของค่าที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ f(x)

บ่อยครั้งที่ฟังก์ชันจะถูกเขียนอยู่ในรูปสูตรทางพีชคณิตต่างๆ ดังต่อไปนี้

- Linear Function:

$$f(x) = mx + b$$

- Quadratic Function:

$$f(x) = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$$

- Polynomial Function of degree n

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0$$

(n = nonnegative integer; $a_n \neq 0$)

¹

อนุสรณ์ สรรพหม(2000) , ทฤษฎีและตัวอย่างโจทย์ คณิตศาสตร์บริหารธุรกิจและเศรษฐศาสตร์

- Rational Function:

$$f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$$

Where $g(x)$ and $h(x)$ are both polynomials and $h(x) \neq 0$.

- Power Function:

$$f(x) = ax^n$$

(n = any real number)

Example 8.

- a. กำหนดให้

$$f(x) = 8x - 5$$

ให้หา $f(3)$ และ $f(4)$

นั่นคือ $f(3)$ มีค่า

$$f(x) = 8(3) - 5 = 19$$

$f(4)$ มีค่า

$$f(x) = 8(4) - 5 = 27$$

- b. กำหนดให้

$$f(x) = x^2 + 4x - 5$$

ให้หา $f(2)$ และ $f(-3)$

1.5 เรขาคณิตวิเคราะห์: Graphs, Slopes, and Intercepts

Example 9.

- จากสมการ $2y - 6x = 12$ ให้เขียนกราฟ หาความชันและหาค่า x และ y intercept
- จากสมการ $y = 2x^2$ ให้เขียนกราฟ
- จากสมการ $y = 2/x$ ให้เขียนกราฟ